УДК 004.942

В.І.ШЕКЕТА, канд. техн. наук

ПОБУДОВА МОДЕЛІ МОДИФІКАЦІЙНИХ ПРЕДИКАТНИХ ЗАПИТІВ НА ОСНОВІ ПРЕМОНОЇДНИХ КАТЕГОРІЙНИХ СТРУКТУР

На шарах індексованої категорії модифікаційних предикатних запитів введено премоноїдні структури замість моноїдних, що з точки зору програмної імплементації в більшій мірі відповідає стандартній процедурі Prolog–резолюції. Введено спосіб використання премоноїдних структур на шарах синтаксичних і семантичних стратегій. Показано, що премоноїдна модель в рамках категорійної стратегії може бути задана також і з допомогою відповідної функторної інтерпретації, що відповідає моделі Гербранда для абстрактних логічних програм. Показано, що реіндексовані функтори зберігають премоноїдну структуру шарів яку можна також розглядати і як моноїдну оскільки всі відображення є центральними, а значить, також і як таку, що може бути перетворена в премоноїдну індексовану категорію.

On the layers of indexed category of predicate queries modifications premonoidal structures are introduced in place of monoidal, because they better corresponds to the standard procedure of Prolog–resolution. The method for premonoidal structures using on the layers of syntactic and semantic strategies of predicate queries modifications is introduced. There is shown, that premonoidal model within the framework of categorical strategy can also be presented by means of proper functor interpretation that corresponds to the Herbrand model for the abstract logical programs. Reindexed functors that are used preserves the premonoidal structure of layers which can be also treated as monoidal one, because all mappings are the central one, and sofar can be easily transformed in premonoidal indexed category.

Категорійні підходи до логічного програмування з'явилися разом із категорійним підходом до процедури уніфікації**[1…9]**. Основним результатом стало введення категоріальної формалізації для синтаксису логіки тверджень Хорна, і її розширення на основі семантики теоретичних топосів. В **[10]** розвиваючи деякі базові ідеї, сформульовані в **[11]**, виконано категоріальний аналіз логічних програм і виконано побудову відповідних моделей на основі використання індексованих моноїдних категорій.

Всі ці підходи зосереджені на побудові суто теоретико—операційних моделей. В той же час мало уваги приділяється застосуванню денотаційних семантик до побудови операторів на зразок оператора безпосереднього слідування, який є суто важливим із точки зору побудови логічних програм і дослідження їх семантик **[12]**. Більшість досліджень семантик логічних програм зосереджено на побудові формальних конструкцій на основі теорії фіксованих значень. Тому, саме з цих причин доцільним є подальше дослідження застосувань категорійного апарату, який включає в себе семантики на основі фіксованих значень. Першою роботою даного напрямку була робота **[13]** в якій було введено поняття категоріального синтаксису над множиною скінчених категорій. Це послужило вихідним пунктом для введення як поняття категорійної дедукції, так і денотаційних семантик, що є відповідниками семантик коректних рішень для логічних Хорн—програм.

Такі семантики можуть бути обчислені на основі конструкцій для фіксованих значень, що не виходить за рамки категоріальної дедукції. Однією із переваг такого підходу є те, що категорія термів не обов'язково повинна співпадати з відповідною алгебраїчною категорією для заданої множини функціональних символів.

Всі рішення в нафтогазовій предметній області приймаються на основі аналізу висновків експертів, спеціалістів з великим досвідом роботи. В роботі **[14]** база знань інформаційної системи розглядається як набір інформаційних сутностей атомарних предикатів з деякого скінченого інформаційного простору $\Re$. Всі зміни, що відбуваються в базі знань, розглядаються , як наслідок модифікаційних предикатних запитів Q_m. Основою самих запитів є набір модифікаційних предикатних правил:

$$Q_M \longleftrightarrow (K_B)^{<<} \Big\|_{K_{B+}(o\ )}^{K_{B-}(o)} \ <<,$$

де $o, o_n, p_n \in \Re$. $K_{B+}(o)$ означає, що атомарний предикат o повинен бути включений в базу знань K_B, K_{B-} означає, що o – повинен бути виключений з бази знань; $(K_B)^{<<}$ — означає модифікацію бази знань на рівні логічної зв'язаності предикатних правил як наслідок виконання операцій додавання і вилучення правил; $<<$ — дескриптор модифікації, який розглядається , як категорійна стрілка. **Недослідженим** залишається питання категорійної інтерпретації самих модифікаційних предикатних запитів.

Таким чином, метою даної статті є введення і дослідження категорійної моделі модифікаційних предикатних запитів на основі денотаційної семантики в рамках теорії фіксованих значень**[15,16]** і категоріальної дедукції.

Для заданої скінченої категорії добутків термів K, ми знаємо, що монострілки можна розглядати, як предикати. Припустимо, що ми хочемо побудувати модифікаційний предикатний запит використовуючи множину предикатів $X_1,...X_k$ типів $\theta_1,...\theta_k$.

Основна ідея яку ми прагнемо досягнути в даному дослідженні є побудова синтаксичної категорії в якій значення предикатів $X_1,...X_k$ є явно заданими, і побудова інтерпретації (функтора), що відображає одержану синтаксичну і семантичну категорію предикатних запитів способом, який є сумісним із твердженнями, що утворюють сам запит. Коли ми говоримо про явний спосіб задання значень предикатів X_i в синтаксичній категорії, то ми маємо на увазі, що для кожного терма $\ell : r >> \theta_i$ зворотний зсув X_i вздовж ℓ є відповідним підоб'єктом для r. Іншими словами, це буде означати, що $X_i(\ell)$ є істинним незалежно від набору тверджень, що утворюють предикатний запит. В даному випадку множина предикатів не вимагає введення систем обмежень, як і в класичних логічних Хорн—програмах.

В загальному випадку, якщо ми ідентифікуємо X_i підоб'єктом θ_i, то ми не можемо бути впевнені, що вище наведена властивість задовольняється. Тому нам потрібно знайти спосіб вільного під'єднання підоб'єкта θ_i для кожного X_i таким чином, що всі його ініціалізації будуть існувати і уявлятимуть собою відповідні підоб'єкти заданого коректного типу. Ми отримаємо нову категорію, яку ми будемо позначати через $K\left[X_1,...,X_k\right]$.

Тепер ми можемо ввести поняття категорійної дедукції. Нехай ціль задано у вигляді послідовності атомарних цілей і твердження є парою, утвореною із цілі Ch і атомарної цілі (заголовка) $X_i\left(\ell\right)$. Використовуватимемо запис $X_i\left(\ell\right) >> Ch$. В першому наближенні будемо розглядати категорійну дедукцію, як послідовність кроків в транзитивній системі із мітками. Позначатимемо даний факт через $\sim>$. Таким чином якщо Z_1 і Z_2 є цілями, φ — підстановкою і t — твердженням виду $X_\ell\left(\iota_1\right) >> Ch$, тоді

$$Z_1 \nu \overset{\varphi,t}{\sim>} Z_2,$$

де $Z_1 = X_{J_1}\left(\varsigma_1\right),...,X_{J_k}\left(\varsigma_k\right),...,X_{J_l}\left(\varsigma_l\right)$ для деякої стрілки $\varsigma : Y_1 >> \theta_k$; $Z_2 = \sigma^{\sim} X_{J_1}\left(\varsigma_1\right),...,\varphi^{\sim} Ch,...,\sigma^{\sim} X_{J_1}\left(\varsigma_\ell\right)$.

В даному випадку пара σ,φ є уніфікатором для ς і ς_1, і ми маємо пару стрілок замість одної, оскільки ми виконуємо уніфікацію стрілок із різних джерел (що відповідає операції попереднього переіменування термів).
Таким чином, категорійну дедукцію будемо розглядати як дедукцію в транзитивній системі $\sim>$. Категорійним спрощенням будемо вважати категорійну дедукцію, що закінчується порожньою ціллю. Для заданої дедукції $kd = Z_1 \overset{\sigma_1,t_1}{—} \sim> ... \overset{\sigma_k,t_k}{—} \sim> Z_k$, обчислюваний розв'язок для kd означимо через композицію $\sigma_k;...;\sigma_1$.

Інтерпретацією в даному випадку буде функтор, що зберігає скінченні добутки

$$\left[F\right]: K\left[X_1,...,X_k\right] >> S\ell t^{K^{\varnothing}},$$

що розширює Y — вбудування (тобто таке, що $\left[\theta\right] = H\left(F,\theta\right)$ для кожного $\theta \in O_K$) і виконує прив'язку підоб'єкта $H\left(F,\theta_i\right)$ до X_i. Можна показати, що для заданої прив'язки підоб'єктів для X_i –их існує тільки одна інтерпретація, що розширює дану прив'язку. Більше того, множина таких інтерпретацій утворює повну структуру.

Тепер введемо оператор на множині інтерпретації R_Q, параметризація якого задана по відношенню до запиту Q

$$R_Q([F])(X_i) = \bigcup_{X_i(\iota) >> Ch \in Q} \mathrm{Im}_{[\iota]}([Ch]),$$

де $\mathrm{Im}_f(X)$ — є образом монострілки X вздовж стрілки f.

Тому замість розгляду цілей, як монострілок в категорії K, ми використаємо індексовану категорію над K. Об'єкт на шарі $\theta \in O_K$ буде категорійним відповідником цілі типу θ. Тобто, ми не виходитемо за рамки стандартної категорійної інтерпретації логіки першого порядку .

Означення 1. (*Категорійна стратегія*) $\wedge\Pi$ — категорійною стратегією будемо вважати індексовану категорію Ξ_1 над базовою категорією K. Для кожного $\theta \in O_K$, об'єкти і стрілки в $\Xi_1\theta$ будемо називати формулами і доведеннями (абстрактного типу θ) відповідно. Будемо використовувати термін ціль, як синонім до формула. Для заданої цілі Z абстрактного типу θ і $f : r >> \theta$ в K і $f : Z = Z(f)$ є ініціалізацією для Z.
Будемо записувати $Z : \theta$ і $f : \theta$, як скорочені позначення для $Z \in O_{Q_\theta}$ і $f \in M_{r_{Q\theta}}$. Для заданої $\wedge\Pi$ категорійної стратегії, твердженням (абстрактного типу θ) є об'єкт tr із відповідною парою (Ch, Zh) цілей абстрактного типу θ. Позначимо даний факт як $Zh \overset{tr}{>>} Ch$.

Означення 2. *(Модифікаційний запит)*

Модифікаційним запитом будемо вважати пару (Q, Ξ_1), де Ξ_1 є $\wedge\Pi$ — категорійною стратегією, і Q – є множиною тверджень. Будемо говорити, що Q є запитом над Ξ_1.

Модифікаційний запит можна розглядати також як індексовану категорію Q над O_K, таку, що $Q(\theta)$ є категорією об'єктів абстрактного типу θ стрілок $tr : Zh >> Ch$ тверджень типу θ.

Нехай задано сигнатуру першого порядку M_{F_1}, утворену із множини F функціональних символів і множин Π —предикатних символів відповідної розмірності. Побудуємо категорію $T_{M_{F_1}}$, як алгебраїчну категорію на основі F. Об'єктами $T_{M_{F_1}}$ є натуральні числа, стрілками із k до l є l —кортежі із термів, побудовані на основі множини змінних $\{w_1, ..., w_k\}$

$$O_{T_{M_{F_1}}} = N, \quad T_{M_{F_1}}(k,l) = S_{M_{F_1}}(\{w_1, ..., w_k\})^l.$$

Тепер виконаємо побудову синтаксичної категорії $\Xi^1_{M_{F_1}}$ над T заданої наступним чином:

1. Для кожного $k \in N$, $\Xi^1_{M_{F_1}}(k)$ є дискретною категорією атомарних цілей, утвореною із змінних $w_1,...,w_k$.

2. Для $\iota =<\iota_1,...,\iota_l>|k>>l$, $\Xi^1_{M_{F_1}}(\iota)$ є функтором, що задає відображення атомарної цілі Z в $Z[w_1/\iota_1,...,w_l/\iota_l]$.

Припустимо тепер, що K є категорією скінчених добутків. Ми можемо розглядати, K як зв'язану модель відповідної сигнатури, що описується багатьма абстрактними типами. Ми можемо побудувати синтаксичну стратегію для модифікаційних предикатних запитів, де терми будуть елементами результуючої категорії. Нехай Π – сигнатура предикатів над K, тобто фактично, множина предикатних символів відповідного типу в O_K. Будемо записувати $\pi:\theta$ якщо π є предикатним символом типу θ. Тоді ми можемо оголосити індексовану категорію Ξ^1_Π над K таку, що:

1. $\Xi^1_\Pi(\theta)$ дискретна категорія, об'єктами якої є пари $<\pi, f>$ такі, що $\pi : r \in \prod$ і $f:\theta>>r$ є стрілкою в K. Будемо записувати $\pi(f)$ замість $<\pi, f>$.

2. $\Xi^2_\Pi(\theta)$, де $F:r>>\theta$ є функтором, що задає відображення $\pi(\iota)\in O_{\Xi^1_\Pi(\theta)}$ в $O(f,\iota)$.

Припустимо тепер, що ми маємо два предикатних символи π і $\pi\rho$ типу $r\times r$, і ми хочемо додати до синтаксичної категорійної стратегії властивість того, що $\pi\rho$ є симетрично замкнутим для π. Тоді ми довільним чином виконаємо приєднання до Ξ^1_Π двох стрілок в шарі $r\times r$:

$$a_1:\pi>>\pi\rho;\; a_2:\pi>>\pi\rho(<p_2,p_1>).$$

Одержимо нову категорійну стратегією $\Xi^{\pi\rho}_\theta$.

Функтори $\wedge\prod$–категорійної стратегії будемо розглядати, як інтерпретації. Якщо $[F]=(F,\iota)$ є інтерпретацією із Ξ_1 в Ξ_2, тоді будемо позначати $F(x)$ через $[X]$ для кожного об'єкту або стрілки x в K. Більш того, для кожної цілі або доведення X в шарі θ ми позначимо $\iota_\theta(x)$ як $[X]_\theta$.

Означення 3. *(Модель модифікаційного предикатного запиту)* Для заданого запиту Q над категорійною стратегією Ξ_1 моделлю Q буде пара

$\left(\left[F\right],\nu\right)$, де $\left[F\right]:\Xi_1 >> \Xi_2$ є інтерпретацією, і ν є функцією, що виконує відображення твердження $Zh\overset{tr}{<<}Ch\in Q$ в стрілку $\left[Zh\right]\overset{\nu(tr)}{<<}\left[Ch\right]$.

Якщо ми розглянемо запит як індексовану категорію, то тоді ν є функтором із Q в $\mathrm{T}\left(\Xi_2\right)$, де $\mathrm{T}{:}IKt>>IKt$ є функтором, який задає відображення індексованої категорії над K в індексовану категорію над O_K, опускаючи всі стрілки в базовій категорії. Формально кажучи, якщо $\Xi_2 : K >> Kt$, то ми маємо, що $\mathrm{T}\left(\Xi_2\right): O_K >> Kt$ таке, що $\mathrm{T}\left(\Xi_2\right)(\theta) = \Xi_2(\theta)$.

В наступних дослідженнях, модель $Md = \left(\left[F\right],\nu\right)$ буде нами використовуватися, як синонім для її складових частин. Тобто, $Md\left(tr\right)$ буде означати власне теж саме, що і $\nu\left(tr\right)$, а $Md_\theta\left(Z\right)$ те саме, що і $\left[Z\right]_\theta$. Більше того, ми будемо розглядати композицію моделі Md із інтерпретацією I, як нову модель модифікаційного предикатного запиту $\left(\left[F\right];I,\nu;I\right)$.

В загальному випадку модель $Md:\Xi_1 >> \Xi_2$ для запиту Q будемо розглядати, як один із видів ціленезалежних семантик для Q. Для заданої цілі Z абстрактного типу θ, відповідні семантики можна розглядати як клас стрілок, напрямлених на $Md_\theta\left(Z\right)$ в Ξ_2 .

Розглянемо тепер $\wedge\prod$ - категорійну стратегію $\Xi^1_{M_F}$, запит Q і індексовану категорію Ξ_2 над $T_{M_{F_1}}$ таку, що:

1. $\Xi_2\left(k\right) = r_f\left(S_{M_{F_1}}\left(\varnothing\right)^k\right)$, що є впорядкованою множиною, яка розглядається як категорія.

2. $\Xi_2\left(\iota\right)\left(X\right)=\left\{<\iota'_1,...,\iota'_k>\middle|\,\iota\left[w_1/\iota'_1,...,w_k/\iota'_k\right]\in X\right\}$. Іншими словами, переіндексований функтор дає нам факторизацію всіх кортежів термів X через ι.

Інтерпретація $[F]$ задає відображення атомарної цілі в $\Xi^1_\theta\left(k\right)$, тобто атомарної цілі із k вільних змінних в множину k-кортежів базових термів. Зокрема, якщо ми оголосимо $\left[V\right]_\theta$ як множину частково коректних базових відповідей для V в запиті Q, тоді можна виконати розширення $[F]$ моделі, виконуючи відображення твердження $V_1\overset{tr}{<<}V_2$ в відображення включення

$[V_1]\subseteq[V_2]$. Можливо також виконати узагальнення введеної інтерпретації для роботи із абстрактною синтаксичною категорійною стратегією такою, як Ξ^1_Π.

Розглянемо $\wedge\prod$ - категорійну стратегію Ξ^1_Π і індексовану категорію Ξ^2 над K, таку, що :

1) для кожного $\theta\in O_K$, $\Xi^2(\theta)=r_f\left(H(1,K)\right)$, яка є впорядкованою множиною, що розглядається, як категорія;

2) для кожного $f\in H_K(\theta,r)$, $\Xi^2(f)(X)=\{S\in H(1,\theta)|;f\in X\}$.

Інтерпретація $[F]$ задає відображення атомарної цілі типу θ на множину стрілок із граничного об'єкту для K в Q. Ці стрілки фактично є категорійними відповідниками базових термів.

Додаткові моделі можна одержати на основі інтерпретацій, що задають відображення кожної цілі Z типу θ в $H(1,\theta)$ або в $\varnothing$. Твердження і стрілки відображатимуться в елементи ідентифікації. Якщо ми будемо розглядати $H(1,\theta)$ як істинне значення, і $\varnothing$, як хибне, то це відповідатиме інтерпретаціям, де всі елементи є істинними, або хибними.

Коли семантична стратегія є дискретною, то процедура інтерпретації із Ξ^1 в Ξ^2 може відображати кожен об'єкт із Ξ^1 в де-який об'єкт в Ξ^2, при умові, що таке відображення є обгрунтованим по відношенню до операції переіндексації. Хоча, в загальному випадку, може виникнути потреба в накладанні додаткових обмежень на процедуру відображення.

Розглянемо тепер $\wedge\prod$ - категорійну стратегію Ξ^2. Інтерпретація $[F]$ із Ξ^1 в Ξ^2 зводиться до відображення стрілок S_1 і S_2 на множину стрілок в Ξ^2. Це в свою чергу, означає, що $[\pi\rho]\supseteq[\pi]$ і $[\pi\rho]\supseteq[\pi(<p_1,p_2>)]$, тобто фактично $[\pi\rho]\supseteq[\pi];<p_1,p_2>$. Іншими словами, інтерпретація для $[\pi\rho]$ повинна містити як інтерпретацію для π так і для семантичного компонента.

Одним із можливих способів отримання моделі модифікаційного предикатного запиту Q в Ξ^1 є вільне приєднання тверджень Q до відповідних шарів індексованої категорії Ξ^1.

Означення 4. (*Формальна модель модифікаційного запиту*). Для заданого модифікаційного предикатного запиту Q над Ξ^1 будемо вважати формальною моделлю , якщо вона існує, модель $Md:\Xi^1>>\Xi^2$ таку, що для кожної іншої моделі Md' для Q існує унікальна інтерпретація I така, що $Md'=(Md;I)$.

Легко довести, що якщо Md і Md' - дві формальних моделі для запиту Q і двох різних $\wedge\prod$ - категорійних стратегій Ξ^3і Ξ^4, то тоді Ξ^3і Ξ^4 є ізоморфними.

Нехай тепер для заданої цілі Z типу θ в модифікаційному запиті $\left(Q,\Xi^1\right)$ ми прагнемо виконати дедукцію Z використовуючи як стрілки розміщені в шарах Ξ^1 так і твердження самого запиту. Тобто, якщо $x:Z<<Ch$ є твердженням або стрілкою в Ξ^1, то власне потрібно виконати дедукцію із Z до Ch. Таким чином, єдині модифікації, які ми можемо безпосередньо застосовувати до Z задаються правилами (стрілками або твердженнями) типу θ. Можливим є виконання модифікації через використання твердження tr іншого типу r, такого, що Z і заголовок твердження tr стають рівними відразу після виконання їх переіндексації в шарі γ.

Можна виконати редукцію цілі $Z:\theta$ із стрілкою $f:Zh<<Ch$ в шарі r, якщо існує стрілка $S:r>>\theta$ така, що $S^{\sim}Z=Zh$. Будемо називати пару $<S,f>$ із такими властивостями редукційною парою. Всі редукційні пари утворюють категорію, таку, що $\iota\in M_{r_K}$ є стрілкою із $<S_1,f_1>$ в $<S_2,f_2>$ якщо $S_1=\iota\,;S_2$ і $\iota^{\sim}f_2=f_1$. Найбільш загальною редукційною парою будемо вважати максимальну редукційну пару.

Означення 5.(*Категорійна дедукція*) Для заданого запиту $\left(Q,\Xi^1\right)$, ми означимо транзитивну систему із мітками $\left(U_{\theta\in O_K}O_{\Xi^1\theta},\sim>f\right)$, де в якості об'єктів будуть :

1) Твердження зворотнього ланцюга $Z^{<S,\iota,tr>}>>\iota\ ^{\sim}Ch$, якщо tr є твердженням типу $Zh\overset{tr}{<<}Ch$ і $<S,\iota>$ є уніфікатором для Z і Zh (тобто, що $S^{\sim}Z=\iota\ ^{\sim}Zh$);

2) Стрілки зворотнього ланцюга $Z^{<S,f>}>>Ch$ якщо Z є ціллю в шарі θ, і $f:Zh<<Ch$ є стрілкою в шарі r і $<S,f>$ є редукційною парою для Z.
Категорійною дедукцією будемо вважати дедукцію в даній транзитивній системі.

Якщо ми обмежимо кроки дедукції суто до виконання найбільш загальних уніфікаторів і найбільш загальних редукційних пар, то ми одержимо нову транзитивну систему $\left(U_{\theta\in O_K}O_{\Xi^1\theta},\sim>f_2\right)$ і відповідне поняття найбільш загальної категорійної дедукції.

Для заданої послідовності цілей $Z_0,...,Z_i$ і послідовності міток $m_0,...,m_{i-1}$, де $i \ge 0$, таких, що

$$Z_0{}^{m_0} \sim> Z_1 ... Z_{i-1}{}^{m_{i-1}} \sim> Z_i$$

введемо категорійну дедукцію $Z \overset{C}{-\sim>} {}^*Z_i$, де $C = m_0...m_{i-1}$ є рядком отриманим в результаті конкатенації всіх міток. Позначати через $\varnothing_z$ порожню дедукцію, що стартує із цілі *Z*.

Означення 6. Для заданої категорійної дедукції *C,* обчислюваною відповіддю для *C* будемо вважати (і відповідно позначати $Vd(C)$) де-яку стрілку в *K*, означену наступним чином:

$$Vd(\varnothing_z) = id_\theta, \text{ якщо } Z:\theta >>$$

$$Vd(< s, f >, C) = Vd(C); S >> Vd(< s, \iota >, C) = Vd(C); S .$$

Найбільш загальними обчислюваними відповідями будемо вважати відповіді, що відповідають найбільш загальній категорійній дедукції.

Ми можемо виконати оголошення $\wedge\prod$ - категорійної стратегії $\Xi^1_{M_F}$ таким чином, щоби об'єктами були послідовності атомарних цілей. Для цього ми виконаємо оголошення моноїдної структури для шарів, що відповідають цілі, яка є результатом конкатенації атомарних цілей. Проте цього не буде достатньо для досягнення поставленої цілі, оскільки, всі решту семантичні конструкції, які були нами введені, не включатимуть в себе нову структуру. Так наприклад, введена модель модифікаційного предикатного запиту не буде зберігати моноїдні структури при виконанні трансформації, оскільки вона не підтримує $\Theta\wedge$ - композиції. Більше того для заданого твердження $\pi(\iota) << Z$ і цілі $\pi(\iota)$ або $\pi^1(\iota)$, введена нами категорійна дедукція не зможе виконати кроку $\pi(\iota) << Z, \pi'(S)$. Те саме буде стосуватися і введення семантик фіксованих значень.

Таким чином, будемо використовувати премоноїдні структури на шарах замість моноїдних. З точки зору імплементації премоноїдні структури відповідають стандартній процедурі *Prolog* –резолюції.

Розглянемо категорію скінчених добутків $T_{M_{F1}}$. Ми можемо побудувати премоноїдну індексовану категорію над $T_{M_{F1}}$, позначимо її через $\Xi^{\oplus}_{M_{F1}}$. А саме :

1) для кожного $k \in N$, $\Xi^{\oplus}_{M_{F1}}(k)$ є дискретною категорією, об'єкти якої є скінченими послідовностями атомарних цілей побудованих із змінних $W_1,...,W_k$;

2) для кожного $k \in N$, премоноїдні структури в шарі k задаються через:

а) $Z_1 \Theta\ Z_2 = Z_1 * Z_2$;

б) $I_k = \vartheta$ є порожньою послідовністю цілей;

в) $\vartheta_k, r_k, \gamma_k$ є ідентифікаторами.

3) для кожного $\iota =< \iota_1,...,\iota_l >: k >> l, \Xi^{\oplus}_{M_{F1}}(\iota)$ є функтором, що задає відображення цілі Z в $Z[w_1/\iota_1,...,\iota_l/w_l]$.

Твердження в $\Xi^{\oplus}_{M_{F1}}$ є об'єкти виду $Z_1 \overset{tr}{<<} Z_2$.

Розглянемо тепер категорію скінчених добутків K і предикатну сигнатуру M_{F_2} над K. Побудуємо премоноїдну індексовану категорію над K, позначимо її через $\Xi^{\oplus}_{M_{F2}}$. А саме :

1) для кожного $\theta \in O_K$, $\Xi^{\oplus}_{M_{F2}}(\theta)$ є дискретною категорією, об'єкти якої є скінченними послідовностями атомарних цілей $\pi(\iota)$ де , якщо $\pi : r$,то тоді $\iota : \theta \to r$;

2) для кожного $\theta \in O_K$, премоноїдні структури в шарі θ задаються через:

а) $Z_1 \Theta_\theta\ Z_2 = Z_1 * Z_2$;

б) $I_\theta = \vartheta$ є порожньою послідовністю цілей;

в) $\vartheta_\theta, r_\theta, \gamma_\theta$ є ідентифікаторами.

3) для кожного $f : r \to \theta \in Mr_k$, $\Xi^{\Theta}_{M_{F_2}}(f)$ є функтором, що задає відображення цілі $Z = \pi_1(\iota_1),...,\pi_k(\iota_k)$ в $\pi_1(f \circ \iota_1),...,\pi_k(f \circ \iota_k)$.

Тепер виконаємо корекцію введених означень, для того, щоб вони працювали і в випадку премоноїдних індексованих категорій.

Означення 7.(*Премоноїдні індексовані функтори*). Для заданих премоноїдних індексованих категорій Ξ^1 над K_1 і Ξ^2 над K_2, премоноїдним індексованим функтором $[F] : \Xi^1 \to \Xi^2$ є індексований функтор (F, η), такий , що для кожного $\theta \in O_K$, $\eta_\theta : \Xi^1\theta \to \Xi^2\theta$ є строгим премоноїдним функтором.

Означення 8. (*Премоноїдні індексовані природні перетворення*) Для заданих двох премоноїдних індексованих функторів (F, η) та (F', η') із Ξ^1 в Ξ^2 премоноїдним індексованим природнім перетворенням є індексоване природнє перетворення (L, θ_1) таке, що для кожного θ в базовій категорії $\Xi^1(\theta_1)_\theta$ є премоноїдним природнім перетворенням.

Будемо використовувати терміни премоноїдна $\wedge\prod$–категорійна стратегія і премоноїдні інтерпретації, як синоніми для премоноїдних індексованих категорій і премоноїдних індексованих функторів.

Означення 9. (*Премоноїдна модель*) Для заданого модифікаційного предикатного запиту Q побудованого над премоноїдною $\wedge\prod$ - категорійною стратегією Ξ^1, премоноїдною моделлю для Q є модель $([F],\nu)$, де $[F]$ є премоноїдною інтерпретацією.

Розглянемо індексовану категорію Ξ^2 над K. Для кожного шару $\Xi^2\theta$ можна ввести премоноїдну структуру через:

1) $X_1\Theta_\theta X_2 = X_1 \cap X_2$ для кожного $X_1, X_2 \subseteq H(\iota, K)$;

2) Якщо $X_1 \subseteq X_1'$ та $X_2 \subseteq X_2'$ тоді $X_1 \cap X_2 \subseteq X_1' \cap X_2'$. Звідки маємо, що Θ може бути розширено до множини стрілок в $\Xi^2\theta$;

3) $I_\theta = H(\iota, K)$;

4) γ_θ, ϑ_θ, r_θ є ідентифікаторами.

Таким чином, премоноїдна модель для модифікаційного предикатного запиту Q в Ξ^2 може бути задана із допомогою інтерпретації $[F]$ такої, що

$$[Z]_\theta = H(\iota,\theta)$$

для кожної цілі Z і відображення ν такого, що

$$\nu(tr) = id_{H(\iota,\theta)}$$

для кожного твердження tr типу θ.

Висновки та перспективи подальших досліджень: в даній статті введено спосіб використання премоноїдних структур на шарах синтаксичних і семантичних стратегій модифікаційних предикатних запитів. Шари представлені у вигляді моноїдних структур, що відповідають цілям, які є результатом конкатенації атомарних цілей. На шарах індексованої категорії використовуються премоноїдні структури замість моноїдних, оскільки з точки зору програмної імплементації, премоноїдні структури строго відповідають стандартній процедурі Prolog–резолюції. Виконано оголошення категорійної стратегії, де об’єктами є послідовності атомарних цілей. Для категорії скінчених добутків і предикатної сигнатури виконано побудову премоноїдної індексованої категорії, об’єкти якої є скінченими послідовностями атомарних цілей. Премоноїдна модель для модифікаційного предикатного запиту в рамках категорійної стратегії може бути задана також і з допомогою відповідної функторної інтерпретації, що відповідає моделі Гербранда для абстрактних логічних програм. Використовувані реіндексовані функтори зберігають премоноїдну структуру шарів яку можна також розглядати і як моноїдну оскільки всі відображення є центральними, а значить, також і як таку, що може бути перетворена в премоноїдну індексовану категорію. У випадку використання премоноїдних синтаксичних стратегій, на їх основі можна утворити як і премоноїдні так і не премоноїдні моделі модифікаційних предикатних запитів. **Подальші дослідження** даного напряму будуть зосереджені на розширенні одержаної формальної моделі модифікаційних предикатних запитів та побудови її коректних імплементацій.

Список літератури: ***1.*** *Burhans D., Shapiro S.* Expanding the notion of answer in rule-based systems. / Technical Report 99- 07. // Department of Computer Science and Engineering, SUNY Buffalo.— November 1999.—155p. ***2.*** *Comini M.,Levi G.,Meo M., Vitiello G.* Abstract diagnosis. // Journal of Logic Programming, №39 (1 — 3).— 1999.—P.43— 93. ***3.*** *Comini M., Meo M.* Compositionality properties of SLD-derivations. // Theoretical Computer Science.— №211(1&2). — 1999. — P.275 — 309. ***4.*** *Cousot P., Cousot R.* Temporal abstract interpretation. // In Conference Record of the 27 Annual ACM SIGPLAN-SIGACT Symposium on Principles of Programming Languages. — Boston, USA. — January 2000. — ACM Press, New York, NY.—P. 12—25 ***5.*** *Gabbrielli M., Levi G., Meo M.* Resultants semantics for PROLOG. // Journal of Logic and Computation.- №6(4). — 1996.— P. 491—521. ***6.*** *Jacobs B.* Categorical Logic and Type Theory. // Studies in Logic and the Foundations of Mathematics. —North Holland, Elsevier.—1999.—325p. ***7.*** *Lipton J., McGrail R.* Encapsulating data in logic programming via categorical constraints. / In Palamidessi C., Glaser H., Meinke K. Editors // Principles of Declarative Programming. — Volume 1490 of Lecture Notes in Computer Science. — Springer Verlag, Berlin.— 1998. — P.391—410. ***8.*** *Maleusieux F., Ridoux O., Boizumault P.* Abstract compilation of Prolog. / In Jaar J. Editor // Joint International Conference and Symposium on Logic Programming. — Manchester, United Kingdom. — June 1998. — MIT Press. — P.130 — 144. ***9.*** *Power J., Robinson E.* Premonoidal categories and notions of computation. // Mathematical Structures in Computer Science. — № 7(5).— October 1997.— P. 453—468. ***10.*** *Corradini A., Asperti A.* A categorical model for logic programs: Indexed monoidal categories. / In Proceedings REX Workshop '92 // Springer Lectures Notes in Computer Science. — 1992.—P. 5 — 36. ***11.*** *Corradini A., Montanari U.* An algebraic semantics for structured transition systems and its application to logic programs. // Theoretical Computer Science. — №103(1).— August 1992. — P.51 — 106. ***12***. *Barbuti R., Giacobazzi R., Levi G.* A General Framework for Semantics-based Bottom-up Abstract Interpretation of Logic Programs // ACM Transactions on Programming Languages and Systems. — № 15(1). — 1993.—P. 133—181. ***13.*** *Finkelstein S., Freyd P., Lipton J.* Logic programming in tau categories. // In Computer Science Logic '94, volume 933 of Lecture Notes in Computer Science. — Springer Verlag, Berlin. — 1995. — P. 249 — 263. ***14.*** *Шекета В.І.* Модифікаційні предикатні запити. / Науковий журнал «Проблеми програмування» Інституту Програмних Систем НАН України. — 2004. — №2 — 3. — С.339 — 343 // Спеціальний випуск за матеріалами 4-ї МНПК "УкрПрог`2004", 1 — 3 червня 2004. — Київ, Кібернетичний центр НАН України. ***15.*** *Шекета В.І.* Ініціалізація еластичних семантик над простором Гербранда для модифікаційних предикатних запитів // Міжнародний науково-технічний журнал «Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах"–м.Хмельницький – 2003 – № 2(22)– С.13-18. ***16.*** *Шекета В.І.* Аналіз семантики шаблонів виклику модифікаційних предикатних запитів для інформаційних систем на основі баз даних і знань // Комп'ютерна інженерія та інформаційні технології.— Вісник національного університету "Львівська політехніка"—м.Львів.— 2003. — № 496. — С.217—228 .

Поступила в редколлегию 07.09.05